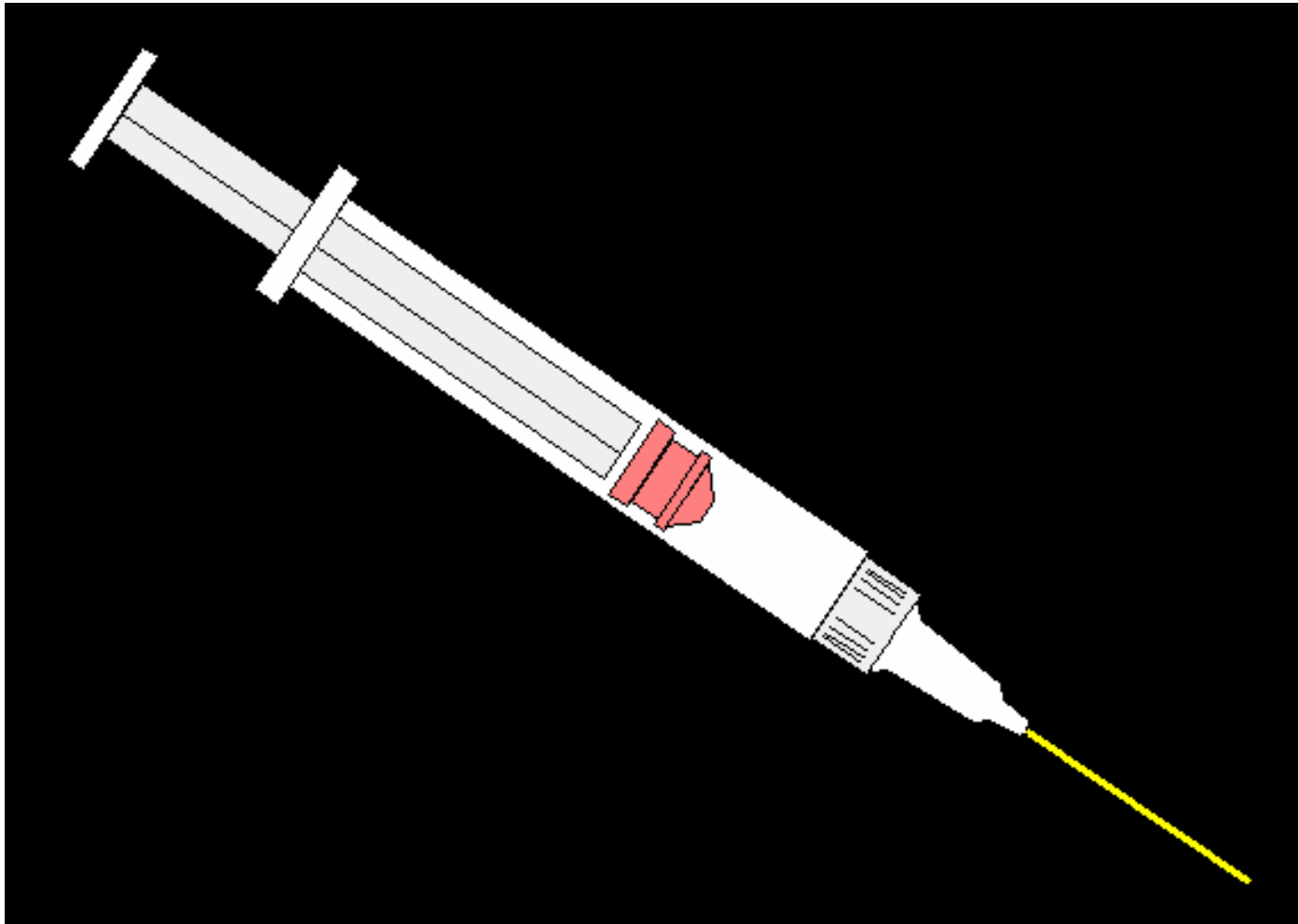
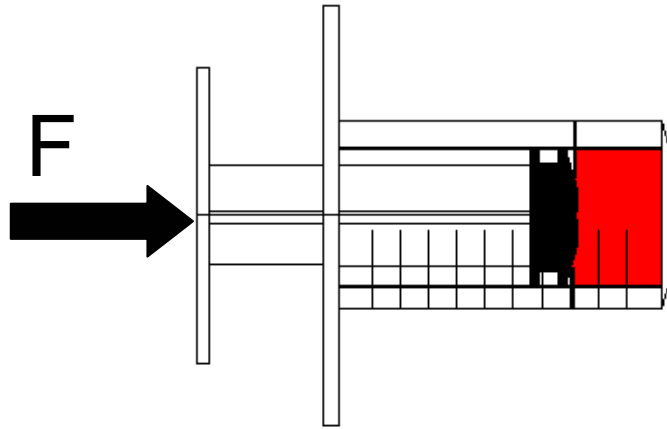


Hydrostatik und Hydrodynamik von Flüssigkeiten

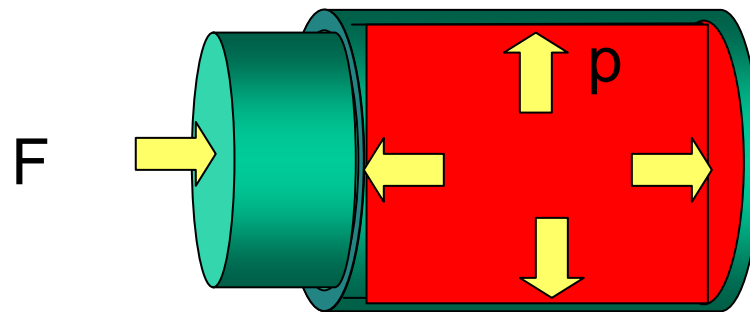


Stempeldruck auf Flüssigkeit

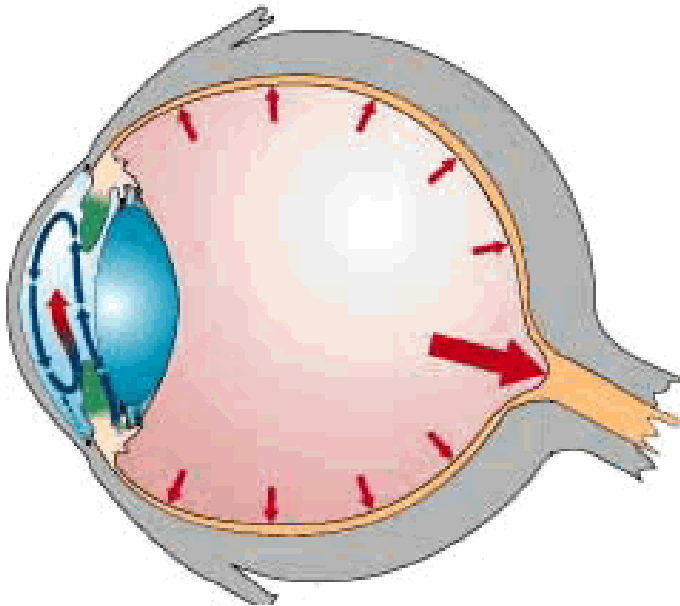


$$p = \frac{F}{A}$$

Stempeldruck erzeugt einen hydrostatischen, d.h. allseitig gleichen Druck innerhalb der Flüssigkeit:



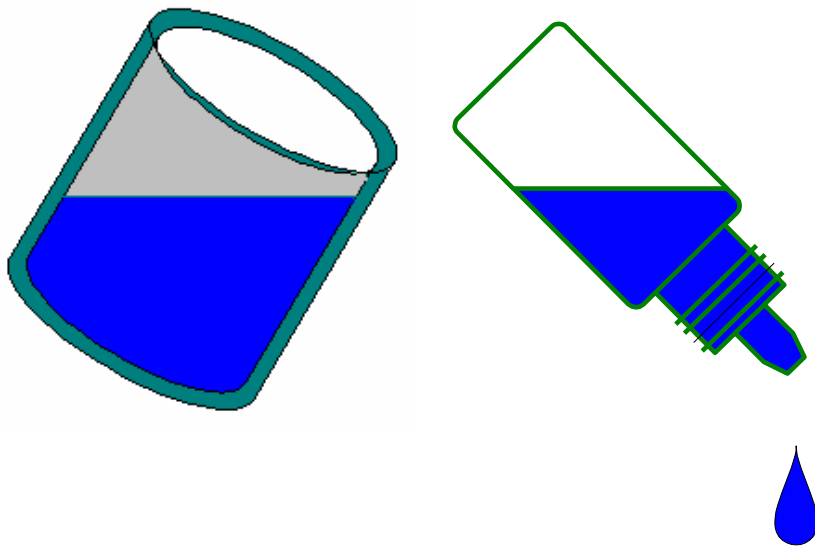
Augeninnendruck



Augeninnendruck:
hydrostatischer Druck, der auf
die Membran und Retina überall
gleich groß ist.

- Bei zu hohem Augeninnendruck
- Schädigungen der Retina
 - Schädigung des Sehnervs

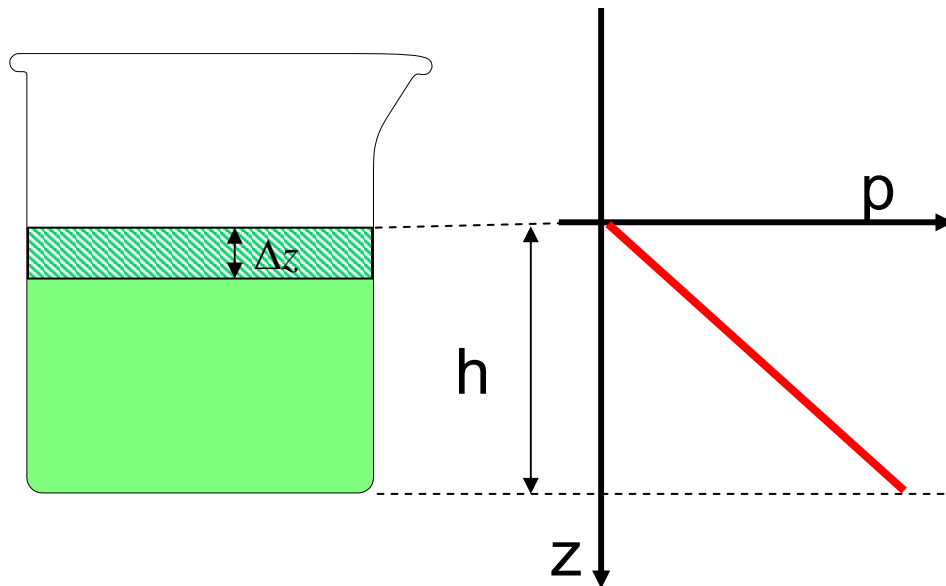
Ruhende Flüssigkeiten



Flüssigkeiten haben ein Volumen aber keine Gestalt.

Die freie ruhende Flüssigkeitsoberfläche ist stets horizontal und senkrecht zur angreifenden Schwerkraft gerichtet.

Schweredruck

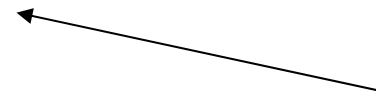
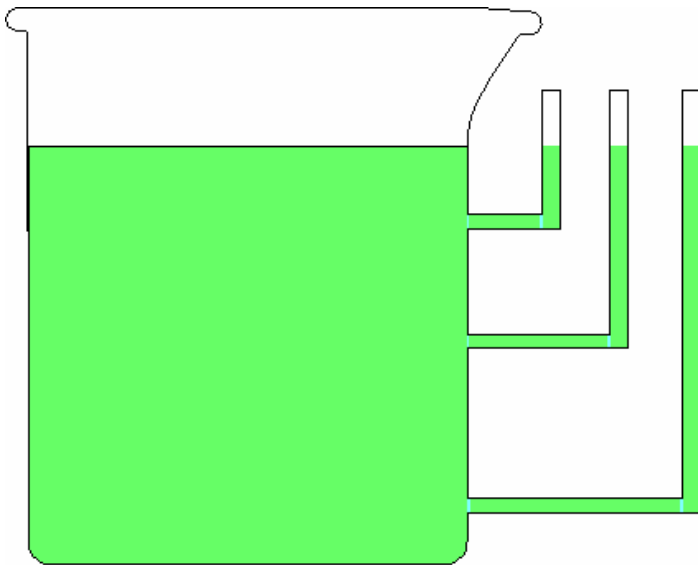


Druck in einer Flüssigkeit nimmt durch sein eigenes Gewicht linear zu

Druck innerhalb einer Flüssigkeit nimmt linear mit der Tiefe zu. In der Tiefe h herrscht der Schweredruck:

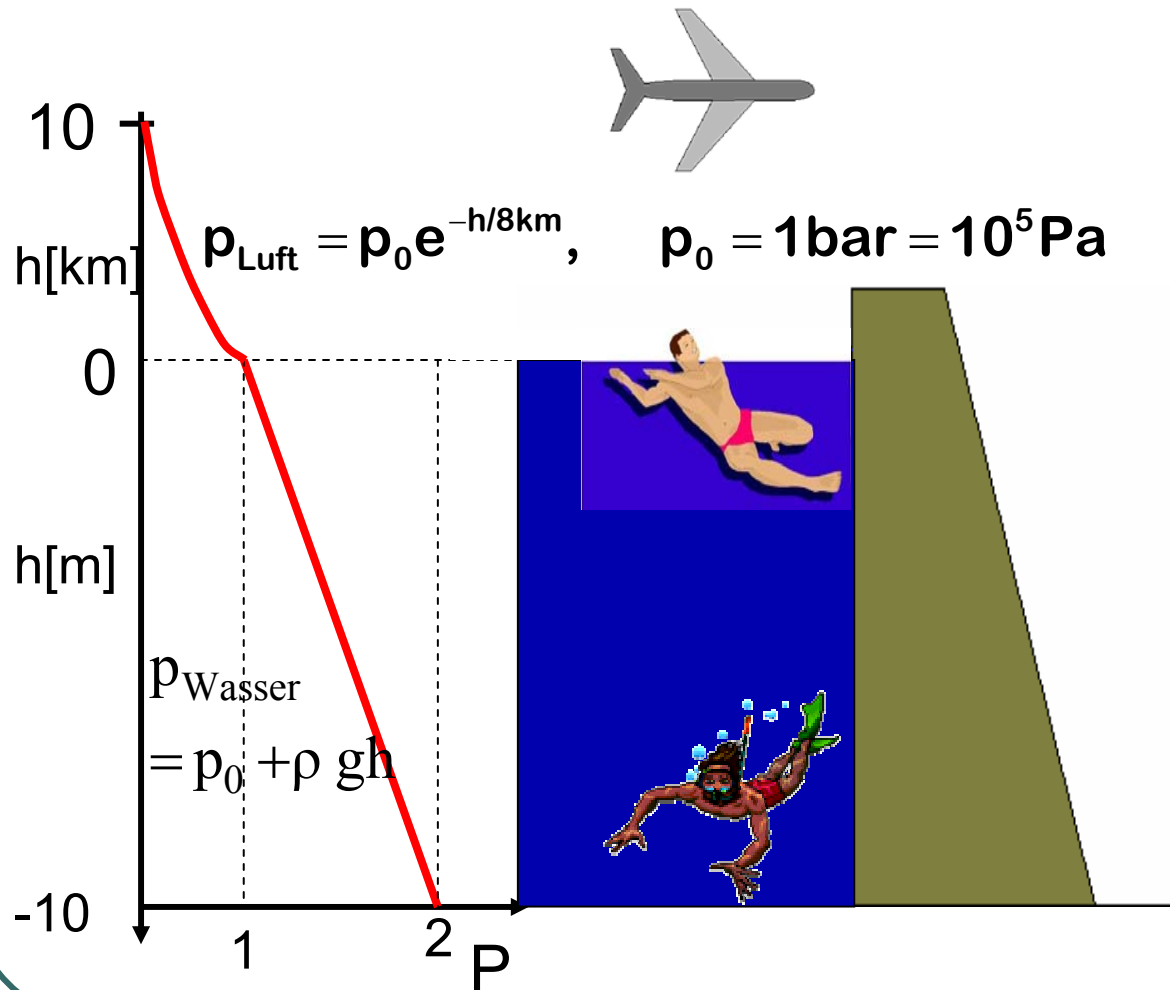
$$P_{\text{Schwer}} = \rho g h$$

Staurohre messen den Schweredruck



Je höher die Flüssigkeitssäule umso größer der Druck

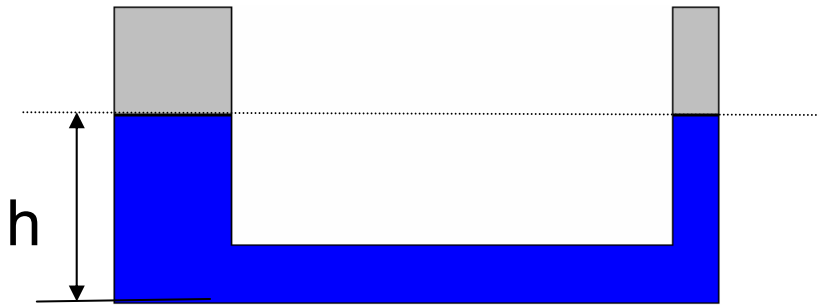
Schweredruck und Luftdruck



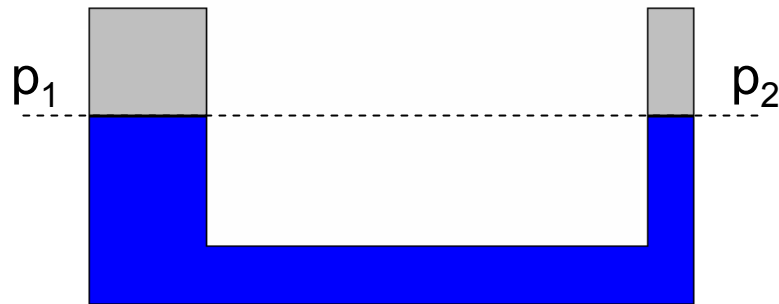
In Flüssigkeiten mit freien Oberflächen addieren sich Luftdruck und Schweredruck:

Alle 10 m im Wasser nimmt der Druck um 1 bar zu!

Kommunizierende Röhren



1. In verbundenen Gefäßen steht eine Flüssigkeit immer gleich hoch.

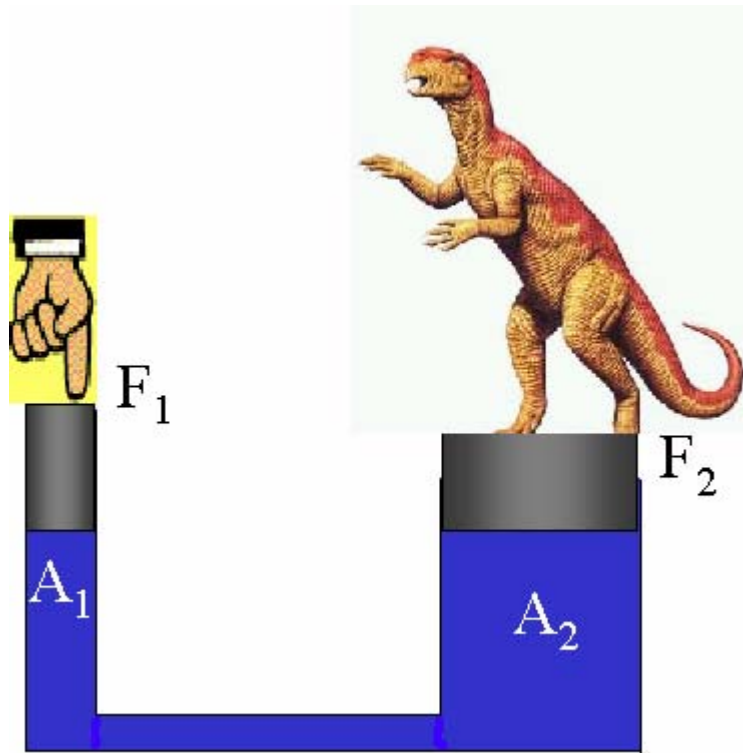


2. Bei homogene Flüssigkeiten ist der Druck auf beiden Seiten gleich groß, daher gleicher Flüssigkeitsstand:

$$p_1 = p_2$$

Hydraulische Presse

....oder wie kann man einen Dinosaurier mit dem kleinen Finger hochheben?



Kraftverstärkung durch Verwendung unterschiedlicher Flächen:

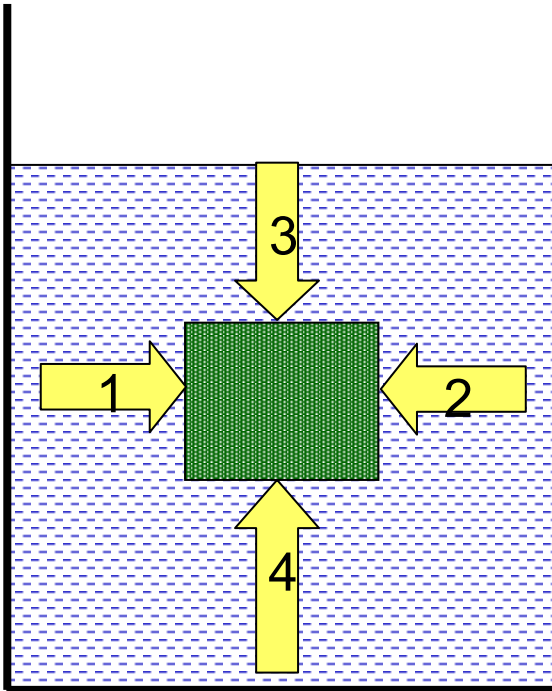
$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \gg F_1$$

Auftrieb



Auftriebskraft



Hydrostatischer Druck in einer Flüssigkeit ist überall gleich groß.

Jedoch durch den Schweredruck ist der Druck auf der Unterseite größer als auf der Oberseite:

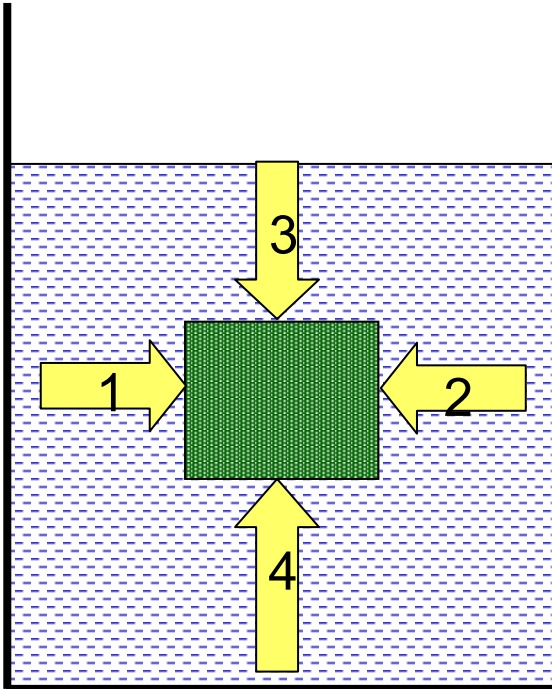
$$p_1 = p_2, p_3 < p_4$$

⇒ Druckdifferenz $\Delta p \times \text{Fläche}$ ergibt Auftriebskraft:

$$F_{\text{Auftrieb}} = \rho_{\text{flüssig}} g V = m_{\text{flüssig}} g$$

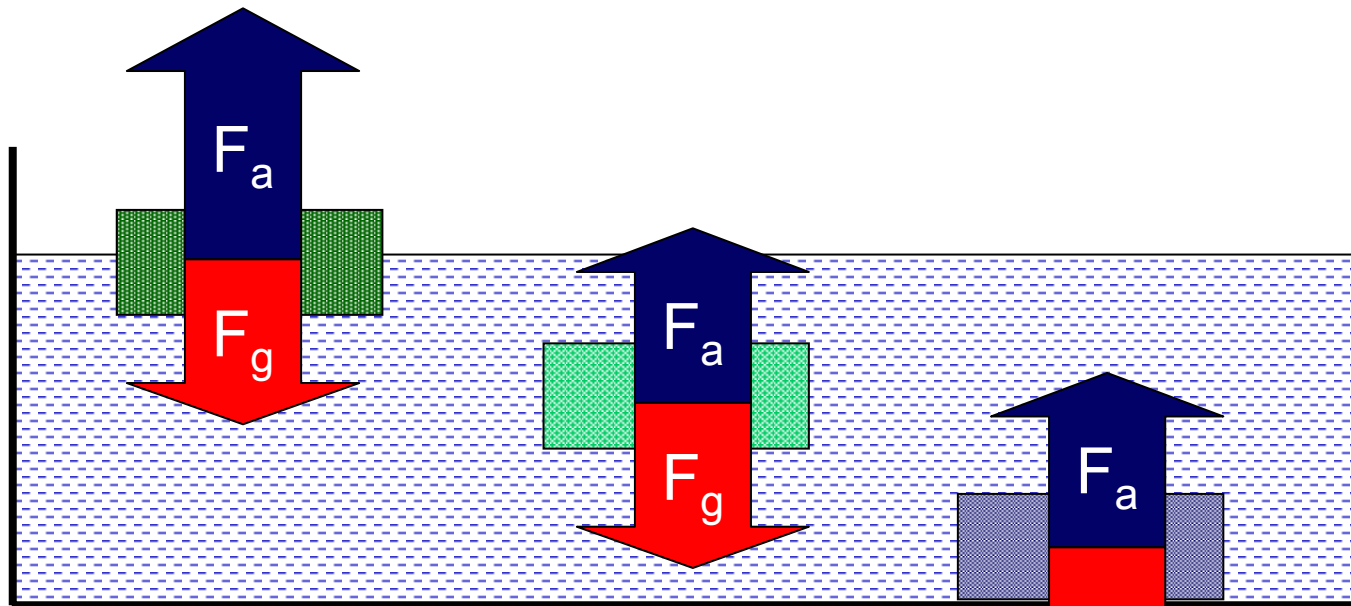
d.h. Auftrieb entspricht dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.

Auftriebskraft



- ✓ Auftrieb eines Körpers in einer Flüssigkeit hängt nur von Dichte der Flüssigkeit und dem Volumen des Körpers ab, nicht von seiner Masse.
- ✓ $F_{\text{Auftrieb}} = \text{Gewicht der verdrängten Flüssigkeit.}$
- ✓ Auftrieb hängt nicht von der Gestalt des Körpers oder von der Tiefe in der Flüssigkeit ab.

Schwimmen, Schweben, Sinken



$$F_a > F_g$$
$$\rho_K < \rho_{fl}$$

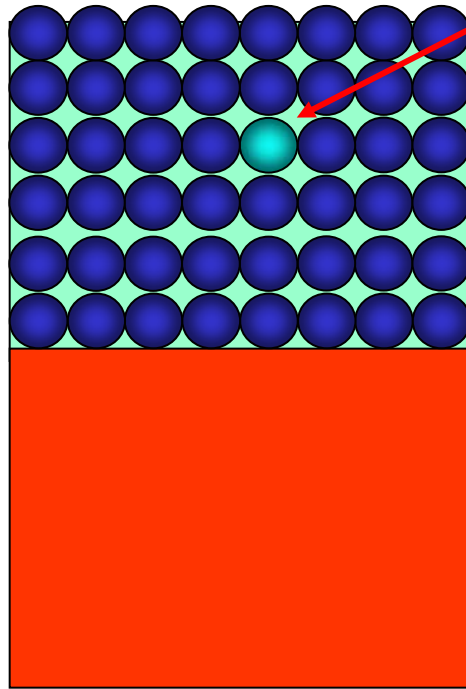
$$F_a = F_g$$
$$\rho_K = \rho_{fl}$$

$$F_a < F_g$$
$$\rho_K > \rho_{fl}$$

Kohäsion, Adhäsion, Kapillarität



Kohäsion und Adhäsion

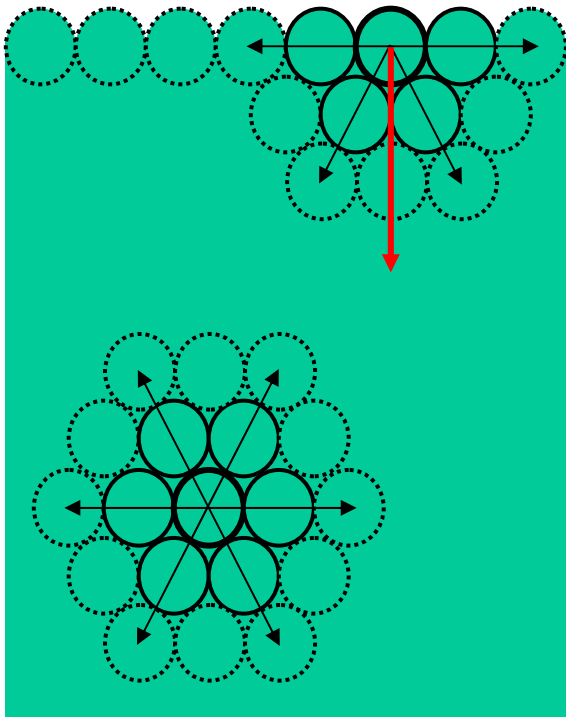


Kohäsionkraft =

Anziehung zwischen einem herausgegriffenen Molekül und seinen Nachbarn der selben Substanz

Adhäsionkraft = Anziehung zwischen Molekülen an der Grenzfläche und der angrenzenden Oberfläche einer anderen Substanz

Kohäsionskraft



Resultierende Kraft zeigt ins Innere der Flüssigkeit

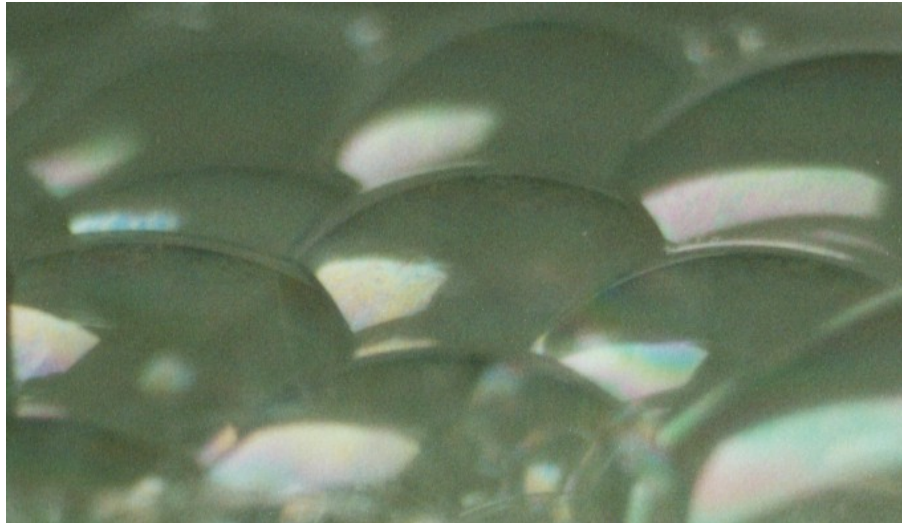
Wassermoleküle im Inneren der Flüssigkeit: keine resultierende Kraft

Fazit:

Kohäsionskraft ist im Inneren immer größer als an der Oberfläche!
Atome und Moleküle fühlen sich im Inneren wohler als an der Oberfläche! Daher wird eine möglichst kleine Oberfläche gebildet.

Oberflächenspannung: γ

..... bewirkt eine minimale Oberfläche von Flüssigkeiten:
z.B. Kugeloberfläche bei Seifenblasen.



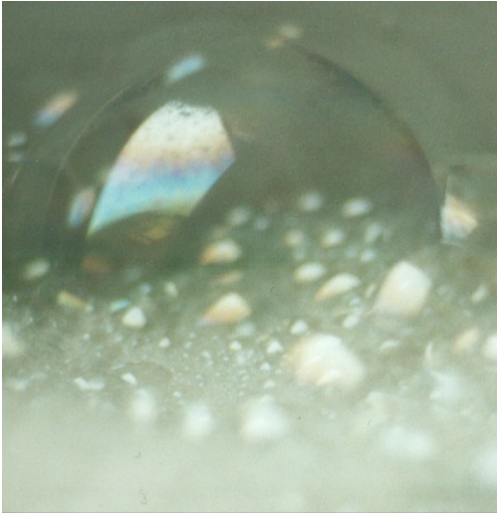
Die kugelige Form der Seifenblase schließt bei kleinst möglicher Oberfläche ein größt mögliches Volumen ein.

Minimalfläche eines Tropfens



Tropfenform durch
Zusammenwirkung
von Kohäsions- und
Gravitationskräften

Oberflächenspannung



Oberflächenspannung
= Arbeit pro Oberflächenvergrößerung

$$\gamma = \frac{W}{2\Delta A} = \frac{F}{2L}$$

Die Oberflächenspannung von Seifenblasen kann durch Zugabe von Chemikalien verringert werden (z.B. Glyzerin). Damit entstehen größere Blasen.

Beispiele für Oberflächenspannung

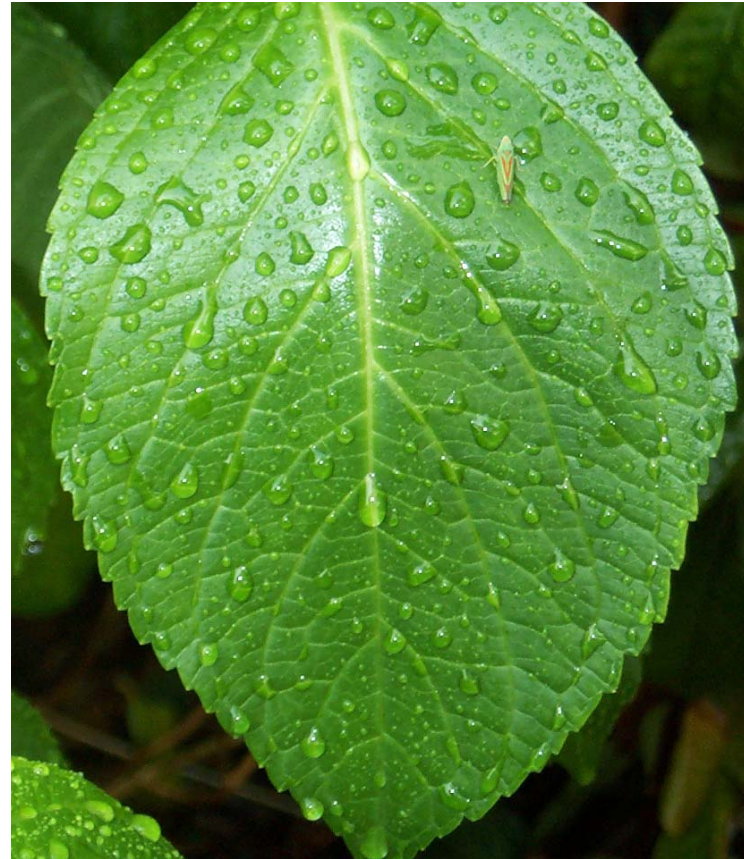


| γ | in mN/m |
|---------------|---------|
| Wasser (0°C) | 76 |
| Wasser (50°C) | 68 |
| Quecksilber | 465 |
| Glycerin | 66 |
| Aceton | 23 |

Durch Zugabe von Seife kann die Oberflächenspannung von Wasser reduziert werden. Dies erlaubt größere Seifenblasen herzustellen.

Adhäsion

Wechselwirkung zwischen zwei Stoffen an ihrer gemeinsamen Grenzfläche.



Benetzung von Oberflächen



Nicht benetzend:
Tröpfchenbildung von Wasser
auf einem Blatt durch
wasserabstoßende Wirkung*



Benetzender Autolack auf
Metall

*beachte Linsenwirkung des Tropfens, was beim
Auge von Insekten Anwendung findet.

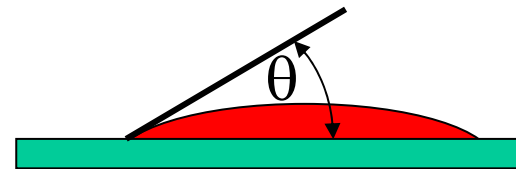
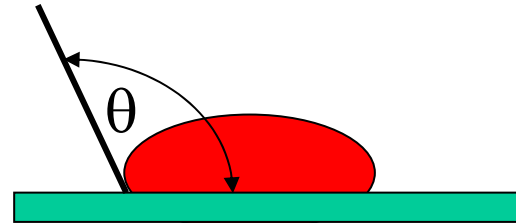
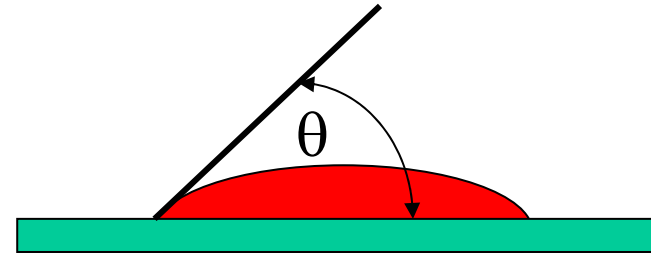
Kontaktwinkel

Kontaktwinkel θ bestimmt
Benetzungseigenschaften

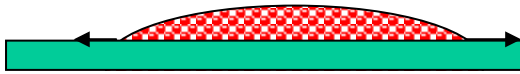
Schlechte Benetzung:
Kontaktwinkel $\theta > 90^\circ$

Gute Benetzung:
Kontaktwinkel $\theta < 90^\circ$

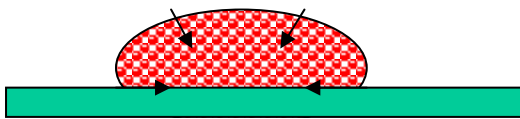
Perfekte Benetzung:
Kontaktwinkel $\theta = 0^\circ$



Vergleich Adhäsion - Kohäsion



Adhäsion $>$ Kohäsion, falls an der flüssig-festen Grenzfläche die Moleküle der Flüssigkeit eine stärkere Wechselwirkung mit der festen Oberfläche haben als mit sich selber. Gute Benetzung.

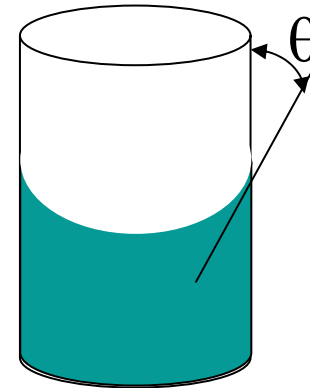


Adhäsion $<$ Kohäsion, falls Wechselwirkung der Flüssigkeitsmoleküle untereinander größer ist als die Wechselwirkung mit der festen Oberfläche. Tröpfchenbildung.

Kontaktwinkel in Glasrohren

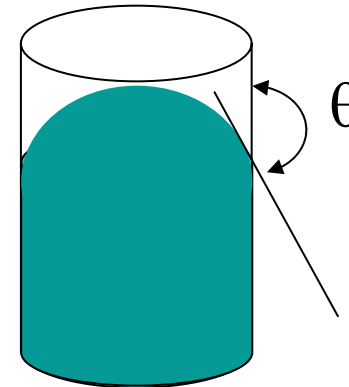
Gute Benetzung

Kontaktwinkel $\theta < 90^\circ$



Schlechte Benetzung

Kontaktwinkel $\theta > 90^\circ$

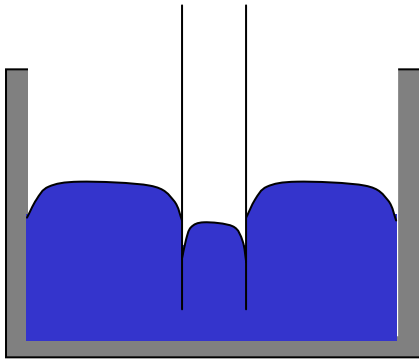


Kapillarität

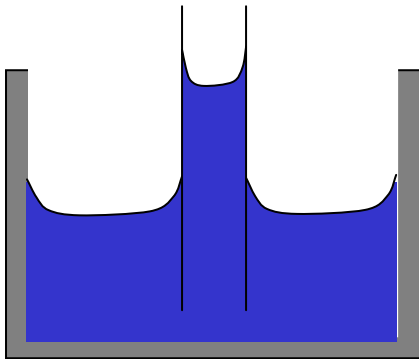


.....oder wie kommt das
Wasser in die Baumspitze?

Kapillare Erhöhung und Depression

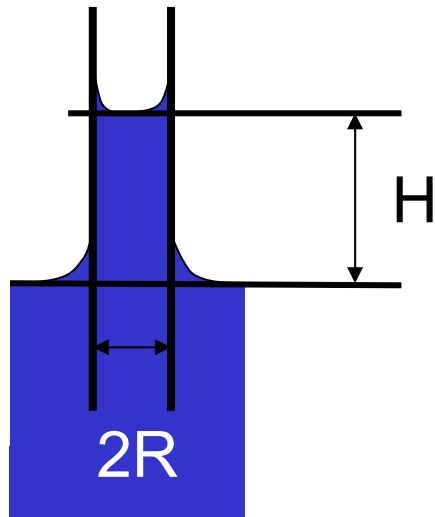


Kapillare Depression durch nicht - benetzende Flüssigkeit



Kapillare Erhöhung durch benetzende Oberfläche

Kapillare Wirkung

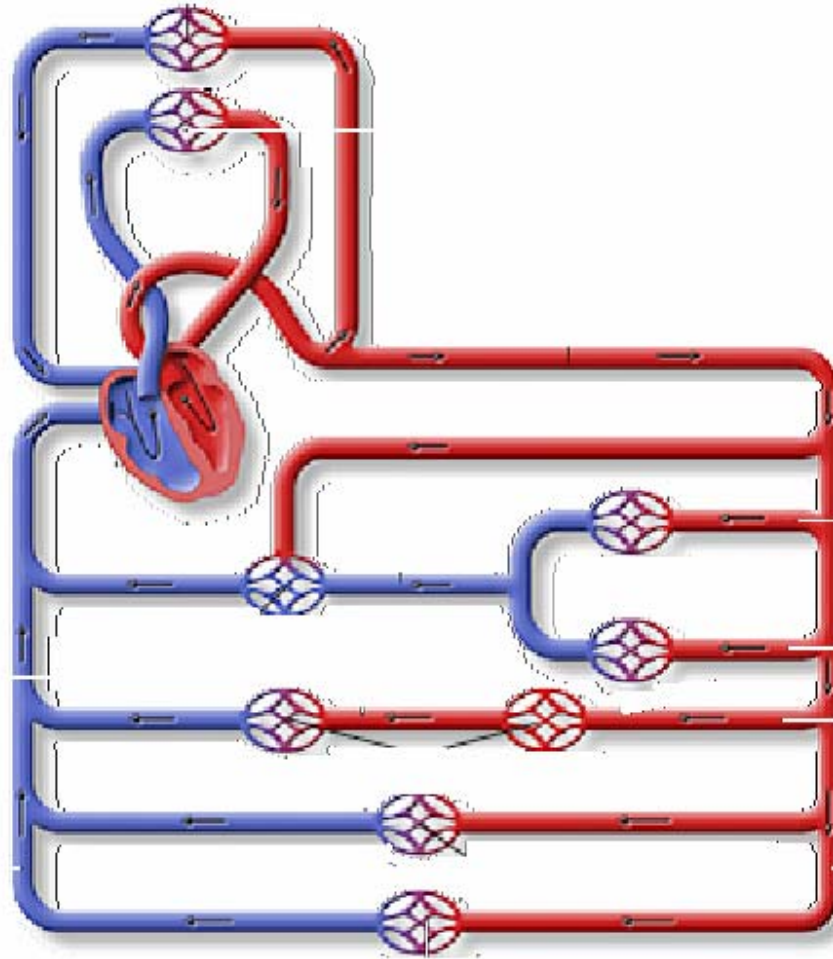


.....findet nur bei benetzenden Flüssigkeiten statt.

Steighöhe H hängt umgekehrt proportional vom Radius ab:

$$H = \frac{2\gamma}{\rho g R}$$

Laminare Strömung und Blutkreislauf



Ideale Flüssigkeit

Ideale Flüssigkeiten sind inkompressibel und fließen ohne innere Reibungsverluste (ohne Viskosität).

Die Strömung von idealen Flüssigkeiten* wird durch eine konstante Anzahl von Flussschläuchen dargestellt:



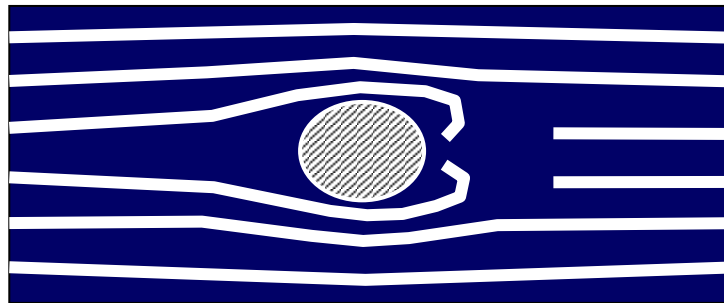
*Ideale Flüssigkeiten sind wie ideale Gase eine physikalische Modellvorstellung, die im Experiment nicht realisiert werden, aber der Verdeutlichung von physikalischen Sachverhalten dient.

Laminare und turbulente Strömung



Laminar:

Stromlinien oder Flussschläuche um einen Gegenstand sind kontinuierlich, d.h. sie reißen nicht ab.



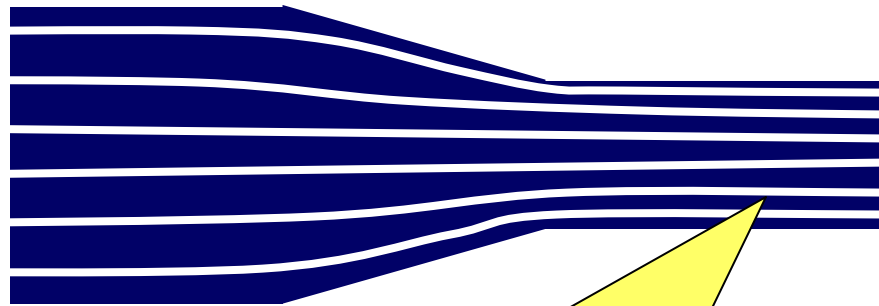
Turbulent:

Stromlinien um einen Gegenstand sind diskontinuierlich, d.h. sie reißen ab und bilden Wirbel

Laminare Strömung idealer Flüssigkeiten

Zahl der gedachten Flußschläuche bleibt konstant, unabhängig vom Rohrquerschnitt.

Beim Fließen in Rohren mit kleinerem Durchmesser nimmt die Dichte der Flußschläuche zu:

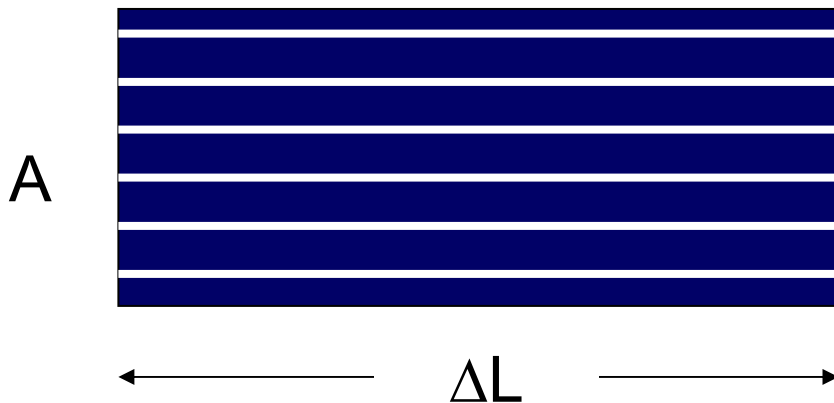


Gleiche Zahl von Flußschläuchen
bei kleinerer Querschnittsfläche =
höhere Dichte

Volumenflussrate der idealen Flüssigkeit

Flüssigkeitsvolumen:

$$\Delta V = A \times \Delta L$$



Volumenflussrate:

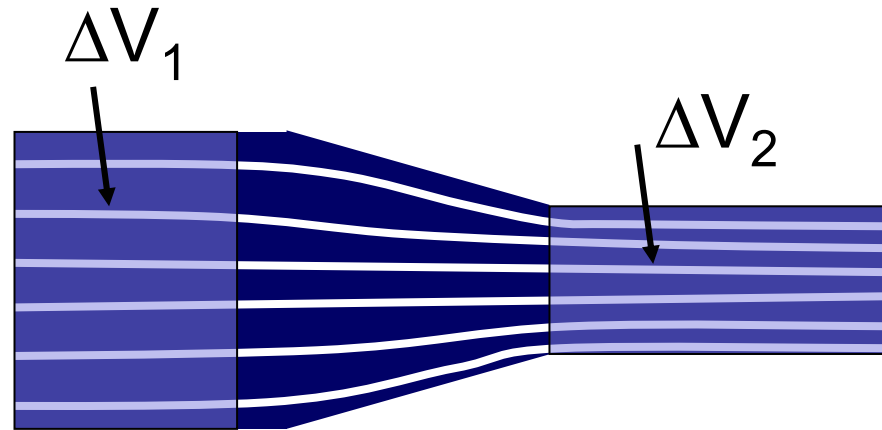
$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot \Delta L}{\Delta t} = A v$$
$$[I_V] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

A = Querschnittsfläche, durch die die Flüssigkeit fließt

V = Flüssigkeitsvolumen, v = Geschwindigkeit der Flüssigkeit

Volumenflussrate der idealen Flüssigkeit

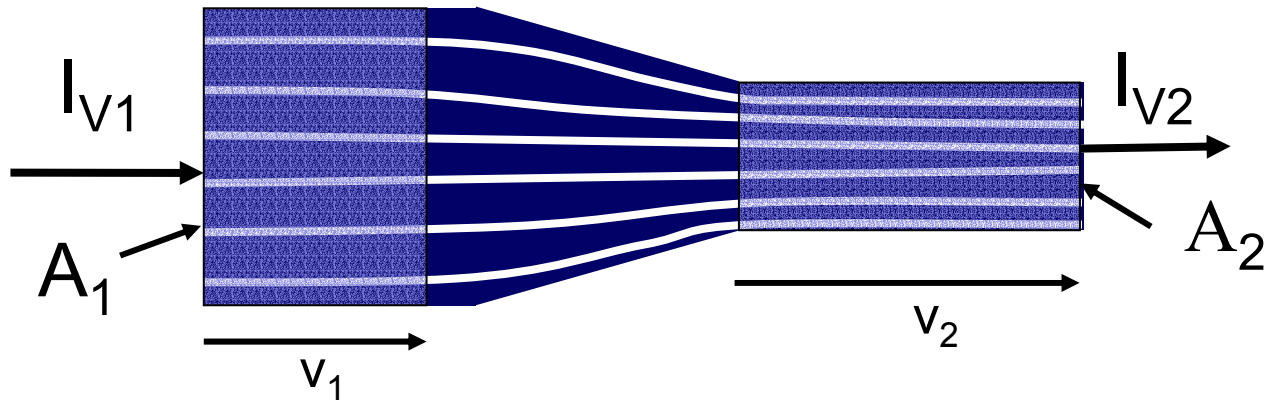
Volumenflussrate bleibt erhalten auch bei Änderung des Querschnitts:



$$I_V = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} = \text{konstant}$$

Die Volumenflussrate I_V wird auch häufig als \dot{V} geschrieben, wobei der Punkt über dem V die Ableitung nach der Zeit andeutet.

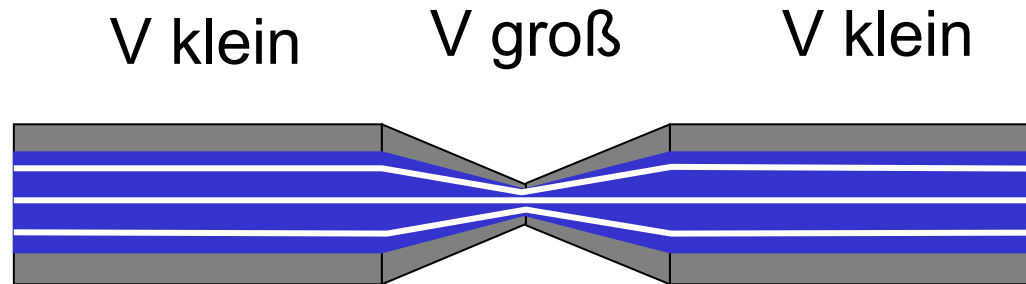
Volumenflussrate der idealen Flüssigkeit



Mit :

$$I_{V1} = I_{V2} \text{ folgt } A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Kontinuitätsgleichung



$$\mathbf{A}_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 \Rightarrow \mathbf{v}_2 = \frac{\mathbf{A}_1}{\mathbf{A}_2} \mathbf{v}_1$$

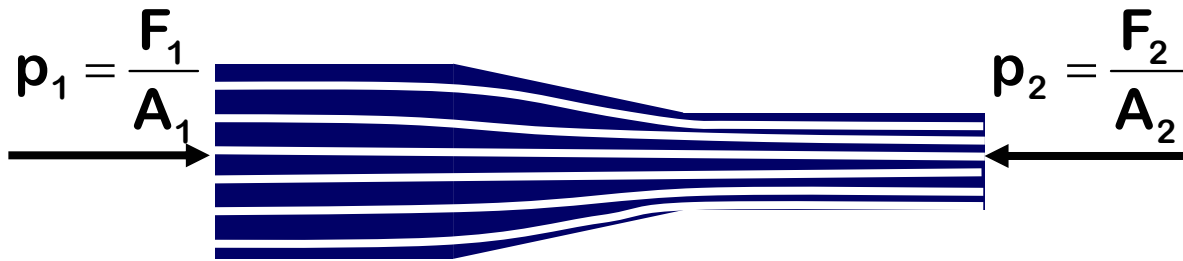
Zahl der Flussschläuche pro Querschnittsfläche ist proportional zur Geschwindigkeit:

Je höher die Dichte, umso größer die Geschwindigkeit.

Kontinuitätsgleichung ist eine Konsequenz der Massenerhaltung

Druckdifferenz

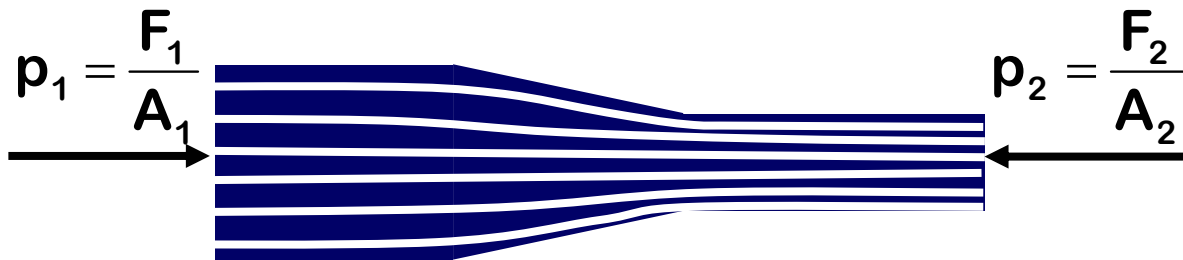
Welche Druckdifferenz ist erforderlich, um eine Strömung zu erzeugen?



Falls $p_1 = p_2$, dann kommt die Strömung zum Stillstand. Falls $p_1 > p_2$, dann ist der Fluss nach rechts gerichtet, d.h. Strömung verläuft immer von hohem Druck zu niedrigem Druck.

Entscheidend ist die Druckdifferenz, nicht die Differenz der Kräfte!

Strömung bei Druckdifferenz



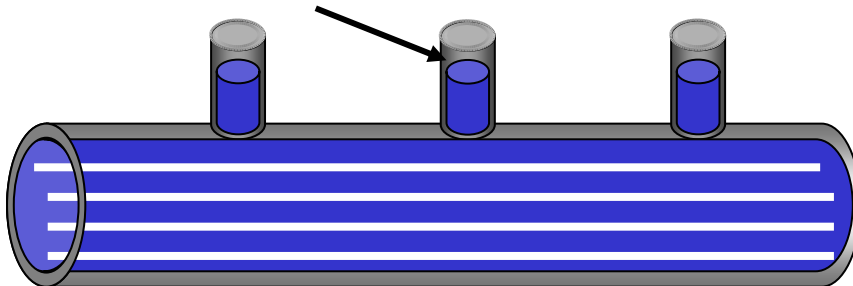
Zusammenhang zwischen Druckdifferenz und Strömungsgeschwindigkeit v (Bernoulli-Gleichung):

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konstant}$$

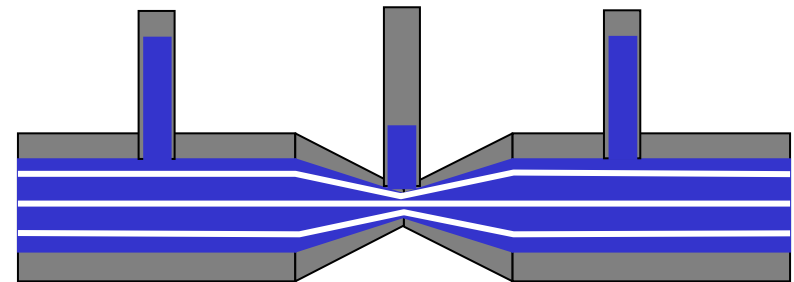
Zusammenhang zwischen Druck und Strömungsgeschwindigkeit*

1. Bei gleichem Querschnitt überall gleicher Druck:

Staurohre messen den lokalen statischen Druck

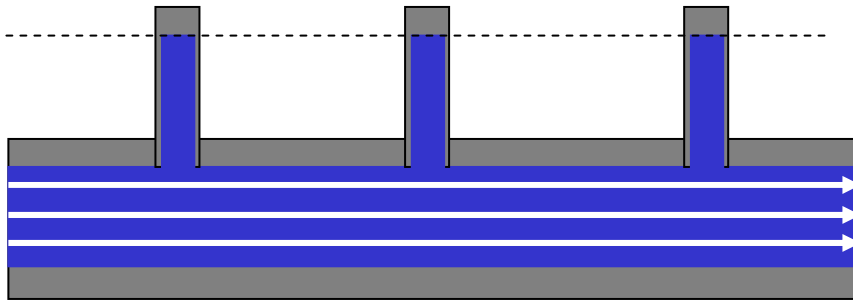


2. Bei Verengung nimmt die Geschwindigkeit zu und der Staudruck ab:



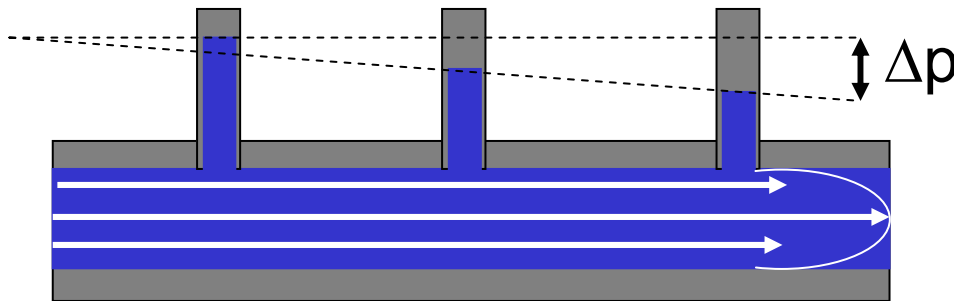
*Die Aussagen gelten nur für ideale Flüssigkeiten

Laminare horizontale Strömung



Ideale Flüssigkeit:

kein Druckabfall entlang Strömungsrichtung

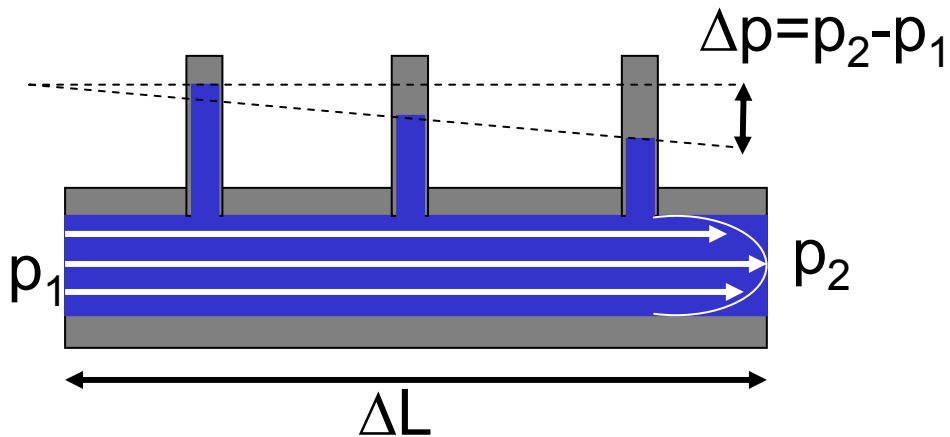


Viskose Flüssigkeit:

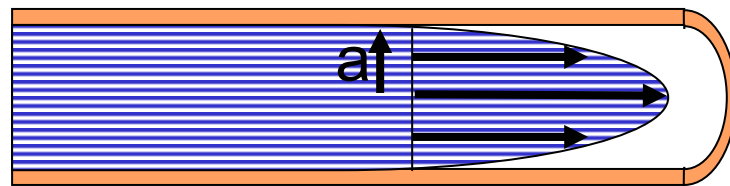
Linearer Druckabfall in Strömungsrichtung

Druckabfall und Geschwindigkeitsprofil

Druckgefälle: $\Delta p / \Delta L$



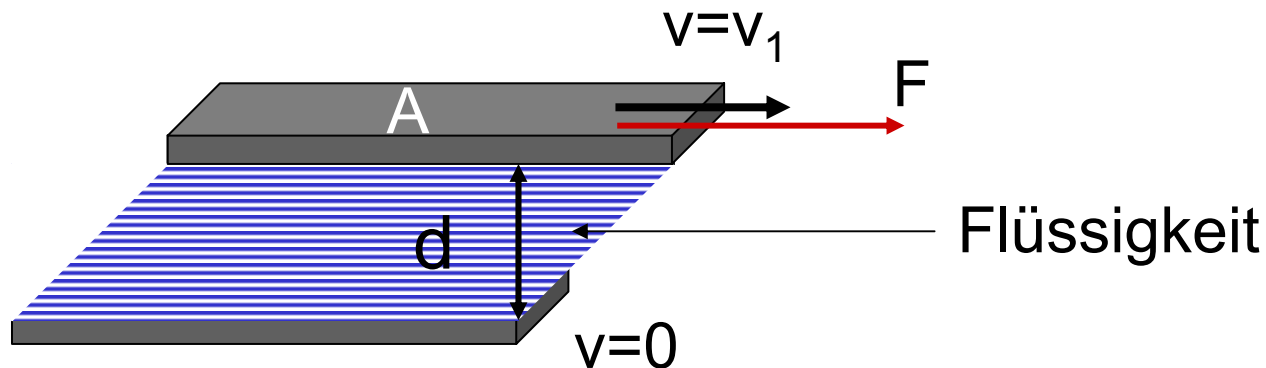
Druckabfall entsteht durch Haftung der Flüssigkeit an den Wänden und durch innere Reibung. Im Gegensatz zu idealen Flüssigkeiten fällt der Druck bei konstanter Geschwindigkeit.



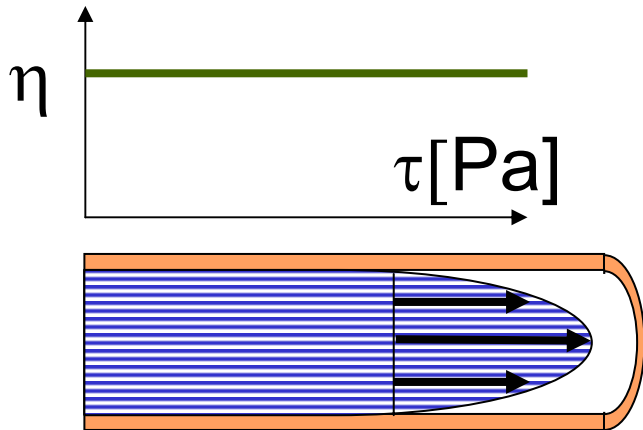
Parabolisches Geschwindigkeitsprofil bei Strömung viskoser, Newtonscher Flüssigkeiten: Geschwindigkeit ist im Zentrum größer als an den Rändern.

Viskosität von Flüssigkeiten

- Ruhende Platte $v=0$
- Bewegte Platte wird mit Tangentialkraft F und Geschwindigkeit v gezogen.
- Flüssigkeit zwischen den Platten entwickelt ein Geschwindigkeitsprofil
- Geschwindigkeit steigt linear von der ruhenden zur bewegten Platte an.
- Haftung der Flüssigkeit an den Platten durch Adhäsion.

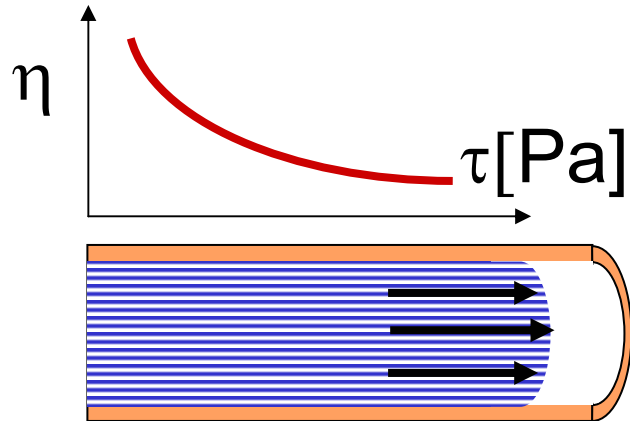


Newton'sche und nicht-Newton'sche Flüssigkeiten



Newton'sche Flüssigkeit:

Viskosität hängt nicht von der Scherspannung ab; daraus ergibt sich ein parabolisches Geschwindigkeitsprofil bei Strömungen durch Röhren. Scherspannung τ und Scherrate α sind linear verknüpft.



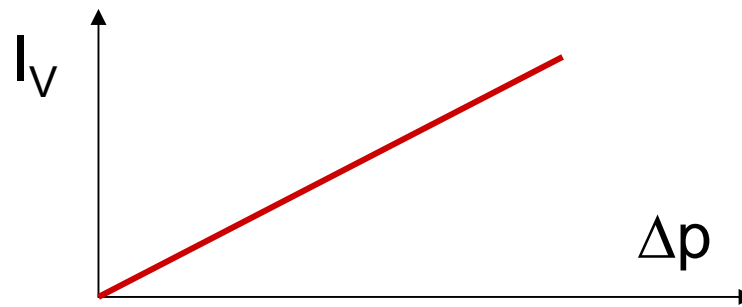
Nicht-Newton'sche Flüssigkeit:

Viskosität hängt von τ ab; daraus ergibt sich ein nicht-parabolisches v -Profil. Abflachung durch erhöhte Reibung im Zentrum.

Ohm'sches Gesetz

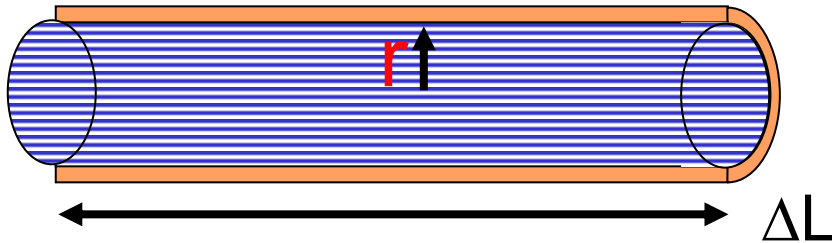
Für viskose Flüssigkeiten gilt das Ohm'sche Gesetz, ähnlich wie bei der elektrischen Leitung. Δp entspricht der elektrischen Spannung und R dem elektrischen Widerstand.

$$I_v = \frac{\Delta p}{R}, \quad \Delta p = I_v R, \quad R = \frac{\Delta p}{I_v}$$



Strömungswiderstand (Gesetz von Hagen-Poiseuille)

Für runde Rohrleitungen kann der Strömungswiderstand berechnet werden.



$$R = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta L}{r^4} = 8\eta\pi \frac{\Delta L}{A^2}$$

- Der Strömungswiderstand hängt von der Viskosität, Rohrlänge und Rohrquerschnitt ab.
- Der Strömungswiderstand ändert sich mit der vierten Potenz des Rohrradius.

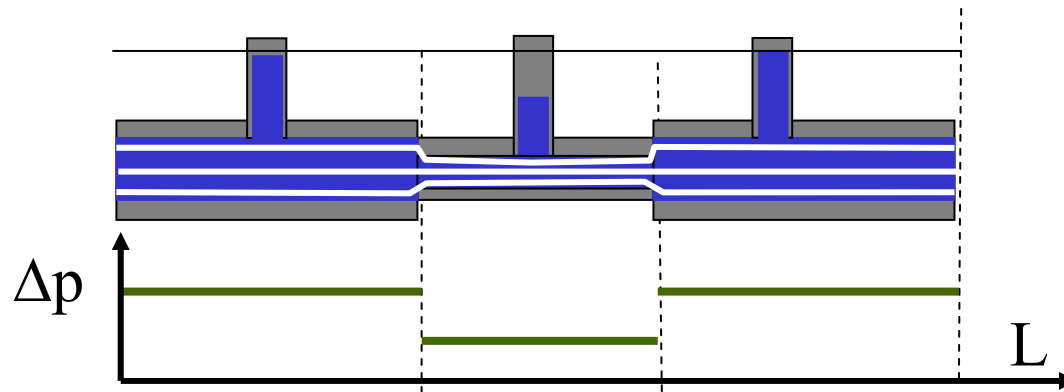
Strömungswiderstand

Beachte die Abhängigkeit des Strömungswiderstand von der 4. Potenz des Rohrradius. Damit ist die Volumenflussrate proportional zu:

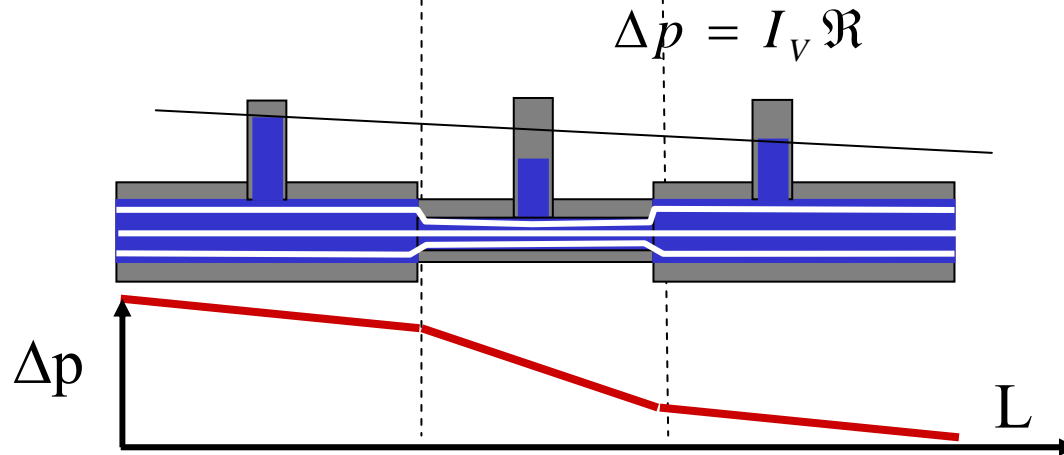
$$I_V \propto r^4 \propto A^2$$

Bei Halbierung des Rohrradius nimmt die Volumenflussrate um das 16-fache ab! Durchblutung hängt entscheidend vom Gefäßradius ab. Gefahr von Schlaganfällen bei Verengung!

Druckabfall bei idealer und viskoser Flüssigkeit

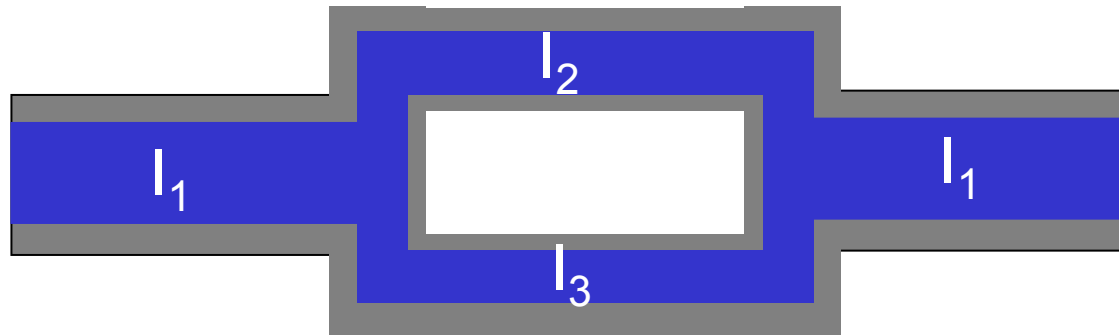


Ideale Flüssigkeit



Viskose Flüssigkeit

Parallelschaltung von Strömungswiderständen



Bei Verzweigung muss die ankommende Volumenflussrate gleich der Summe der abfließenden Volumenflussraten sein.

$$I_{V,1} = I_{V,2} + I_{V,3} = \frac{\Delta p}{R_1} + \frac{\Delta p}{R_2} = \Delta p \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{damit: } I_V = \frac{\Delta p}{R} \quad \text{wobei} \quad \frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$